

# НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Фізико-технічний інститут низьких температур ім. Б.І. Веркіна

Цикл наукових праць  
на здобуття щорічної премії Президента України  
для молодих вчених

## КЛАСИФІКАЦІЯ МІР НА КАНТОРІВСЬКИХ ПРОСТОРАХ ТА ХАРАКТЕРИЗАЦІЙНІ ЗАДАЧІ НА АБЕЛЕВИХ ГРУПАХ

### РЕФЕРАТ

**КАРПЕЛЬ Олена Михайлівна** – кандидат фізико-математичних наук,  
науковий співробітник Фізико-  
технічного інституту низьких  
температур ім. Б.І.Веркіна НАН  
України

**МИРОНЮК Маргарита Вячеславівна** – кандидат фізико-математичних наук,  
старший науковий співробітник  
Фізико-технічного інституту низьких  
температур ім. Б.І.Веркіна НАН  
України

**ХАРКІВ - 2015**

Основною метою поданого циклу праць О.М.Карпель, М.В.Миронюк “Класифікація мір на канторівських просторах та характеристичні задачі на абелевих групах” є розв’язання задач, які виникають в сучасному математичному аналізі, зокрема вивчаються властивості мір на алгебраїчних та топологічних структурах. Автори вивчають проблеми класифікації борелівських мір на канторівських множинах відносно гомеоморфізмів цих множин та проблеми характеристики мір на локально компактних абелевих групах. Результати, отримані в циклі праць “Класифікація мір на канторівських просторах та характеристичні задачі на абелевих групах”, поширюють класичні результати канторівської динаміки та характеристичні теореми математичної статистики. Всі результати, отримані в цій серії праць, є новими. Всі праці опубліковані в міжнародних журналах з високим імпаکت-фактором, що свідчить про високий рівень отриманих результатів та неупереджену їх оцінку. Робота носить теоретичний характер, отримані результати можна використовувати при проведенні спецкурсів у вищих навчальних закладах та для подальших досліджень. Результати робіт доповідалися на п’ятому та шостому європейських математичних конгресах (Амстердам, Нідерланди, та Краків, Польща), на семінарах в Університеті Меріленду (Колледж Парк, США), Університеті Білефельду (Білефельд, Німеччина), Інституті математики ім. Макса Планка (Бонн, Німеччина), Інституті Фур’є (Гренобль, Франція), Університеті М.Коперніка (Торунь, Польща), Ягелонському університеті (Краків, Польща), Інституті математики НАН України (Київ) та інших. Автори циклу робіт опублікували 24 статей та 19 тез конференцій.

До циклу праць, який висувається на здобуття премії, входить 12 статей загальним обсягом 197 сторінок. Всі статті опубліковані у журналах з імпаکت-фактором від 0,212 до 1,152 (згідно з ISI Web of Knowledge середній імпаکت-фактор математичних журналів в світі становить 0,582), всі журнали входять до списку фахових видань ВАК та є реферованими. Згідно бази даних SCOPUS автори циклу робіт мають загалом 21 посилання на свої роботи.

О.М.Карпель має 5 статей (5 в журналах з ненульовим імпаکت-фактором) та 8 тез конференцій, з них 3 статті (усі в журналах з ненульовим імпаکت-фактором) входять до серії праць, поданої на конкурс. Усі роботи О.М.Карпель опубліковані в реферованих журналах. h-індекс дорівнює 1.

М.В.Миронюк має 19 статей (15 в журналах з ненульовим імпаکت-фактором) та 11 тез конференцій, з них 9 статей (усі в журналах з ненульовим імпаکت-фактором) входять до серії праць, поданої на конкурс. Усі роботи М.В.Миронюк опубліковані в реферованих журналах. h-індекс дорівнює 3.

В частині праць, присвяченій проблемі класифікації борелівських мір на канторівських просторах, вивчається скінченні та нескінченні міри, як на компактній, так і на некомпактній локально компактній канторівській множині. Ця частина робіт належить до актуального напрямку математики – теорії динамічних систем. Такі системи природно з'являються в різних галузях математики: класичній механіці, диференціальній геометрії, теорії випадкових процесів, теорії операторних алгебр, теорії зображень. Важливою задачею в теорії динамічних систем є задача їх класифікації. Для класифікації канторівських динамічних систем з точністю до орбітальної еквівалентності, ключовою є класифікація борелівських мір на канторівських множинах відносно гомеоморфізмів.

В роботах розглянуто класифікацію ймовірнісних інваріантних ергодичних мір, заданих на просторах шляхів стаціонарних діаграм Браттелі. Такі міри є ймовірнісними ергодичними мірами, інваріантними для аперіодичних підстановочних динамічних систем. Доведено критерій гомеоморфності для класу таких мір. Також розглянута класифікація нескінченних борелівських мір на канторівських просторах відносно гомеоморфізмів. Введено та досліджено поняття нескінченної недефектної міри. Для класу нескінченних недефектних мір знайдені необхідні й достатні умови для гомеоморфності. Доведено, що існує

континуум попарно негомеоморфних нескінченних недефектних мір на канторівському просторі. Отримано критерій топологічної еквівалентності для класу нескінченних інваріантних ергодичних мір, заданих на просторі шляхів стаціонарних діаграм Браттелі, або, що є тим самим, нескінченних ергодичних мір, інваріантних для аперіодичних підстановочних динамічних систем. розглянута класифікація скінченних та нескінченних мір на некомпактних локально компактних канторівських просторах. Знайдені необхідні й достатні умови для гомеоморфності як для класу скінченних, так і для класу нескінченних борелівських мір на некомпактних локально компактних канторівських просторах. Доведено, що існує континуум попарно топологічно не еквівалентних ймовірнісних мір, а також існує континуум попарно топологічно не еквівалентних нескінченних недефектних мір на некомпактному локально компактному канторівському просторі.

В частині праць, присвячених характеристичним задачам математичної статистики, вивчаються задачі у випадку, коли незалежні випадкові величини приймають значення у локально компактній абелевій групі, а коефіцієнтами лінійних форм є топологічні автоморфізми групи. Основна увага приділяється узагальненням класичних характеристичних теорем.

Отримане узагальнення теореми Скитовича-Дармуа у класах компактних цілком незв'язних сепарабельних абелевих метричних груп та злічених дискретних періодичних абелевих груп. На циліндрі  $X=\mathbf{R}\times\mathbf{T}$  та на  $a$ -адичному соленоїді повністю описані розподіли, які характеризуються незалежністю суми та різниці незалежних випадкових величин. Цей результат можна розглядати як узагальнення однієї теореми Я.Баришнікова, В.Стад'є та Б.Ейзенберга, які отримали аналогічний опис у випадку одновимірного тору  $\mathbf{T}$ . У випадку, коли незалежні випадкові величини приймають значення у звичайному та  $a$ -адичному циліндрах, а характеристичні функції розподілів не обертаються на нуль, описані

можливі розподіли, які характеризуються незалежністю лінійних форм (коефіцієнтами лінійних форм при цьому є топологічні автоморфізми тору). Випадок загальних форм зводиться до форм  $L_1=\xi_1+\xi_2$  та  $L_2=\xi_1+\delta\xi_2$ , де  $\delta$  — топологічний автоморфізм групи  $X$ . Виявилось, що розподіли при цьому або гаусівські, або є згортками гаусівських розподілів та деяких зарядів, зосереджених в підгрупі, яка складається з елементів порядку. Вивчені властивості розв'язків рівняння Скитовича-Дармуа на локально компактних абелевих групах в класах неперервних та вимірних функцій. У випадку, коли випадкові величини приймають значення у банаховому просторі, а коефіцієнтами форм є неперервні оборотні оператори, доведений аналог теореми Хейде, тобто описані розподіли, які характеризуються симетрією умовного розподілу однієї лінійної форми при фіксованій іншій. Для  $n$  незалежних однаково розподілених випадкових величин  $\xi_1, \dots, \xi_n$  описані локально компактні абелеві групи, для яких з незалежності середнього” та “вектора лишків” випливає, що розподіли випадкових величин  $\xi_1, \dots, \xi_n$  є згортками гаусівських та ідемпотентних розподілів. На зліченій дискретній абелевій групі та на  $a$ -адичному соленоїді описані розподіли, які характеризуються симетрією однієї лінійної форми при фіксованій іншій, тобто отриманий аналог теореми Хейде для цього класу груп.

### Перелік публікацій за темою роботи

1. Bezuglyi S., Karpel O. *Homeomorphic Measures on Stationary Bratteli Diagrams* // Journal of Functional Analysis.—2011.—Vol.261.—P.3519-3548.
2. Karpel O. *Infinite measures on Cantor spaces* // Journal of Difference Equations and Applications.—2012.—Vol.18.—P.703-720.
3. Karpel O. *Good Measures on Locally Compact Cantor Sets* // Журнал математической физики, анализа, геометрии.—2012.—Т.8.—С.260-279.
4. Миронюк М.В. *До теореми Скитовича-Дармуа на абелевих групах* // Український математичний журнал.—2004.—Т.56.—№10.—С.1342-1356.
5. Myronyuk M. *An analogue of the Bernstein theorem for the cylinder* // Aequationes Mathematicae.—2006.—Vol.71.—P.54-69.

6. Миронюк М.В., Фельдман Г.М. *Независимые линейные статистики на двумерном торе* // Теория вероятностей и ее применения.-2007.-Т.52.-В.-С.3-20.
7. Feldman G., Myronyuk M. *The Skitovich–Darmois equation in the classes of continuous and measurable functions* // Aequationes Mathematicae.-2008.-V.75.-No 1-2.-P.75-92.
8. Миронюк М.В. *До теорем Скитовича-Дармуа та Хейде у банаховому просторі* // Український математичний журнал.-2008.-Т.60.-№ 9.-С.1234-1242.
9. Feldman G., Myronyuk M. *On a characterization theorem on Abelian groups* // Publicationes Mathematicae Debrecen.-2010.-Vol.77.-No 3-4.-P.383-398.
10. Myronyuk M. *Heyde’s characterization theorem for discrete Abelian groups* // Journal of the Australian Mathematical Society.-2010.-Vol.88.-No 1.-P.93-102.
11. Feldman G., Myronyuk M. *Independent linear forms on connected Abelian groups* // Mathematische Nachrichten. –2011.-Vol.284.-No 2-3.-P.255-265.
12. Myronyuk M. *The Heyde theorem on  $a$ -adic solenoids* // Colloquium Mathematicum.-2013.-V.132.-No 2.-P.195-210.

О.М. Карпель

М.В. Миронюк