Міністерство освіти і науки України

Львівський національний університет імені Івана Франка

**ФІЗИЧНІ СИСТЕМИ ТА ЇХ ЕВОЛЮЦІЯ ВІД ПЛАНКІВСЬКИХ МАСШТАБІВ ДО МАСШТАБІВ ВСЕСВІТУ**

1. СТЕЦКО Микола Миколайович – кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри теоретичної фізики, фізичного факультету, Львівського національного університету імені Івана Франка
2. СЕРГІЄНКО Ольга Миколаївна – кандидат фіз.-мат. наук, науковий співробітник Астрономічної обсерваторії Львівського національного університету імені Івана Франка
3. КУЗЬМАК Андрій Романович – викладач Природничого коледжу Львівського національного університету імені Івана Франка
4. ГНАТЕНКО Христина Павлівна – аспірант кафедри теоретичної фізики, фізичного факультету, Львівського національного університету імені Івана Франка

 **Реферат**

**Львів – 2016**

Праці, що входять в цикл, присвячені опису з єдиних принципів Всесвіту як цілого від найменших масштабів до найбільших — ефекти на планківських масштабах та в квантованому просторі можуть бути визначальними для генерації первинних космологічних збурень, з яких сформувалася вся спостережувана структура Всесвіту; вивчення композитних спектрів квазарів та впливу пилу на емiсiйний спектр планетарних туманностей є важливим для інтерпретації даних спостережень, а дослідження чорних дір та спінових систем дозволяють додатково протестувати основні теорії, на яких ґрунтується сучасна фізична картина світу.

**Мета роботи:** Встановити та дослідити вплив ефектів, які проявляються на планківських масштабах, на властивості одно- та багаточастинкових систем. На основі порівняння отриманих результатів із високоточними експериментальними даними оцінити величину кванта простору. Зокрема, дослідити пружне розсіяння у просторі з мінімальною довжиною, вивчити амплітуду та диференціальний переріз розсіяння. Дослідити тривимірний осцилятор Дірака у просторі з деформованими комутаційними співвідношеннями з мінімальною довжиною та мінімальним імпульсом. Знайти умову для вирішення проблеми порушення принципу еквівалентності у просторі з некомутативністю координат. Вивчити симетрійні властивості квантованого простору. Запропонувати шлях для вирішення проблеми порушення сферичної симетрії у квантованому просторі канонічного типу (просторі, що характеризується некомутативністю координат із сталим параметром некомутативності) та побудувати некомутативну алгебру, яка є еквівалентна некомутативній алгебрі канонічного типу та є сферично-симетричною. Застосувати узагальнене співвідношення невизначеностей, що випливає із деформованих комутаційних співвідношень, до задач фізики чорних дір. Зокрема, отримати температуру та інші термодинамічні характеристики чорної діри, а також розрахувати час її випаровування. Застосувати метод тунелювання для діраківських ферміонів у випадку чорної діри Керра-Ньюмена-де Сіттера, яка володіє як електричним так і магнітним зарядами. Метою роботи є також дослідження динаміки розширення Всесвіту та еволюції скалярних лінійних збурень в багатокомпонентних космологічних моделях із мінімально зв'язаним квінтесенційним або фантомним скалярним полем з баротропним рівнянням стану як темною енергією та встановлення області допустимих значень параметрів такої моделі темної енергії шляхом співставлення розрахованих і спостережуваних характеристик великомасштабної структури Всесвіту. Також метою роботи є дослідження еволюції класичних і квантових систем. Дослідження задачі про брахістохрони для частинки в сферично-симетричному ґравітаційному полі Шварцшильда. Вивчення еволюції спінових систем з різними типами взаємодії і отримання умов, які дозволяють реалізувати цю еволюцію за мінімально можливий час. Вивчити геометрію многовидів, на яких відбувається така еволюція. Знайти способи контролю за даними системами за допомогою зовнішнього магнітного поля. Пошук спінових систем, які дозволяють з великою точністю і малими часовими затратами проводити квантові обчислення. Отримати умови, які дозволяють реалізувати на таких системах квантові логічні елементи за мінімальний час. Знайти методи, які дозволяють досягнути довільного квантового стану системи двох спінів, що дозволяє створити довільний двокубітний квантовий логічний елемент на такій системі.

**Наукова новизна:**

1. Запропоновано модифіковану теорію збурень, яка дозволила отримати аналітичні вирази для поправок для усіх рівнів атома водню, включаючи і s-рівні. На основі виведених формул отримано прості співвідношення для оцінки верхньої межі для мінімальної довжини [Stetsko M. M., Tkachuk V. M.  Phys. Rev. A.74, 012101 (2006), Stetsko M. M., Phys. Rev. A.74, 062105 (2006)]*.*
2. Вперше досліджено задачу розсіяння у деформованому просторі з мінімальною довжиною. Отримано вираз для функції Ґріна задачі розсіяння у деформованому просторі. Одержаний вираз дозволив отримати аналітичні вирази для амплітуди та диференціального перерізу пружного розсіяння. Показано, що врахування мінімальної довжини приводить до зменшення диференціального перерізу розсіяння [Stetsko M. M., Tkachuk V. M.  Phys. Rev. A.76, 012707 (2007)].
3. Вперше досліджено задачу про орбітальний магнітний момент електрона в атомі водню за наявності деформації. Показано, що деформація комутаційних співвідношень приводить до збільшення орбітального магнітного моменту [Stetsko M. M., Tkachuk V. M.  Phys. Lett. A. 372, 5126 (2008)].
4. Вперше розглянуто тривимірний осцилятор Дірака у просторі з деформованими комутаційними співвідношеннями з мінімальною довжиною та мінімальним імпульсом. Отримано точний енергетичний спектр та хвильові функції для цієї задачі [Stetsko M. M., J. Math. Phys. 56, 012101 (2015)]*.*
5. Вперше отримано вираз для температури чорної діри Шварцшильда за допомогою співвідношення невизначеностей з мінімальною довжиною та мінімальним імпульсом. Показано, що в цьому випадку маємо характерні максимальну та мінімальну температури. Також вперше отримано вирази для ентропії та теплоємності чорної діри Шварцшильда із узагальненим співвідношенням невизначеностей. Ентропія має характерну логарифмічну залежність від маси чорної діри. Дослідження теплоємності показало, що чорна діра може мати фазовий перехід Хоукінга-Пейджа, який є характерним для чорних дір у просторі де Сіттера (анти де Сіттера) [Stetsko M. M., Int. J. Mod. Phys. A 28, 1350029 (2013)]*.*
6. Вперше отримано аналог закону Стефана-Больцмана для випромінювання абсолютно чорного тіла для випадку деформованої алгебри з мінімальною довжиною та мінімальним імпульсом. На основі цього модифікованого закону Стефана-Больцмана розраховано інтенсивність випаровування чорної діри та час випаровування мікроскопічної чорної діри. Показано, що деформація комутаційних співвідношень веде до зменшення часу життя чорної діри [Stetsko M. M., Int. J. Mod. Phys. A 28, 1350029 (2013)].
7. За допомогою методу тунелювання вперше розглянуто тунелювання діраківських ферміонів через горизонт подій чорної діри Керра-Ньюмана-де Сіттера. Отримано вираз для квазікласичної дії, який дозволив розрахувати імовірність тунелювання і, як наслідок, одержати вираз для температури [Stetsko M. M., Eur. Phys. J. C 74, 2682 (2014)].
8. Отримано аналітичні вирази для лінійних за кривиною 3-простору поправок до реконструйованих потенціалів класичного і тахіонного скалярних полів з постійним параметром рівняння стану, а також до часової еволюції масштабного множника і горизонтів частинки та подій в космологічних моделях з цими полями як темною енергією [Сергієнко О. М., Новосядлий Б. С., Кинематика и физика небесных тел 24, № 5, с. 345-359 (2008)].
9. Запропоновано модель динамічної темної енергії як скалярного поля з класичним або тахіонним лаґранжіаном та баротропним рівнянням стану і досліджено властивості таких полів [Novosyadlyj B., Sergijenko O., Apunevych S., Pelykh V., Phys. Rev. D 82, 103008 (2010), Sergijenko O., Durrer R., Novosyadlyj B., Journ. Cosmol. Astropart. Phys. 08, 004 (2011), Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V., Phys. Rev. D 86, 083008 (2012)]. Дані моделі однаково добре описують як ранні етапи еволюції Всесвіту, так і сучасну епоху.
10. Встановлено залежність характеру динаміки розширення однорідного ізотропного Всесвіту в космологічних моделях з темною енергією з баротропним рівнянням стану від значень параметрів, що характеризують рівняння стану [Сергієнко О. М., Новосядлий Б. С., Кинематика и физика небесных тел 24, № 5, с. 345-359 (2008), Novosyadlyj B., Sergijenko O., Apunevych S., Pelykh V., Phys. Rev. D 82, 103008 (2010), Sergijenko O., Durrer R., Novosyadlyj B., Journ. Cosmol. Astropart. Phys. 08, 004 (2011), Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V., Phys. Rev. D 86, 083008 (2012)].
11. Досліджено еволюцію лінійних скалярних збурень в космологічних моделях з темною енергією у формі скалярних полів з баротропним рівнянням стану та взаємовплив лінійних збурень темної матерії та темної енергії [Sergijenko O., Kulinich Yu., Novosyadlyj B., Pelykh V., Kinematics and Physics of Celestial Bodies 25, No 1, p. 17-27 (2009), Novosyadlyj B., Sergijenko O., Journ. Phys. Stud. 13, 1902 (2009), Sergijenko O., Novosyadlyj B. Phys. Rev. D 80, 083007 (2009), Novosyadlyj B., Sergijenko O., Apunevych S., Pelykh V., Phys. Rev. D 82, 103008 (2010), Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V., Phys. Rev. D 86, 083008 (2012)].
12. Вивчено можливість принципового розрізнення типів темної енергії на основі сукупності наявних на сьогодні спостережуваних даних [Novosyadlyj B., Sergijenko O., Apunevych S. Journ. Phys. Stud. 15, 1901 (2011), Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V., Journ. Cosmol. Astropart. Phys. 06, 042 (2013)].
13. Визначено найоптимальніші значення космологічних параметрів та їх довірчі інтервали в моделях із скалярним полем з баротропним рівнянням стану як темною енергією [Novosyadlyj B., Sergijenko O., Apunevych S., Pelykh V., Phys. Rev. D 82, 103008 (2010), Sergijenko O., Durrer R., Novosyadlyj B., Journ. Cosmol. Astropart. Phys. 08, 004 (2011), Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V., Phys. Rev. D 86, 083008 (2012), Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V., Journ. Cosmol. Astropart. Phys. 06, 042 (2013), Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V. Journ. Cosmol. Astropart. Phys. 05, 030 (2014)].
14. Для композитних спектрів, скомпільованих з індивідуальних спектрів квазарів з вибірки SDSS DR7, вперше ідентифіковано на рівні достовірності, що перевищує 3σ, ряд ліній випромінювання [Ivashchenko G., Sergijenko O., Torbaniuk O. Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 437, 3343 (2014)].
15. Розраховано сітку фотойонізаційних моделей світіння галактичних планетарних туманностей з різними типами пилу [Б. Я. Мелех, А. Р. Кузьмак, ЖФД 16, 1902 (2012)]. Досліджено, як змінюється спектр даних туманностей в залежності від часу.
16. Запропоновано шляхи для вирішення проблем у квантованому просторі. Зокрема, вперше знайдено умову, яка дозволяє вирішити щонайменше чотири проблеми у некомутативному просторі, серед них проблему порушення принципу еквівалентності [Kh. P. Gnatenko, Phys. Lett. A, 378, 3061 (2013)].
17. Вперше побудовано некомутативну алгебру, яка є еквівалентною алгебрі канонічного типу та сферично-симетричною. У сферично-симетричному некомутативному просторі досліджено атом водню. Знайдено поправки до енергетичних рівнів атома, зумовлені некомутативністю координат. На основі порівняння отриманих результатів з експериментальними даними знайдено нові оцінки верхньої межі для параметра некомутативності, що покращують результати, представлені у літературі [Kh. P. Gnatenko, V. M. Tkachuk, Phys. Lett. A, 378, 3509 (2014)].
18. Досліджено нові ефекти, зумовлені впливом квантованості простору на властивості одно- та багаточастинкових систем у ньому. Встановлено, що рух системи частинок у некомутативному просторі описується ефективним параметром некомутативності, величина якого зменшується зі збільшенням кількості частинок у системі [Kh. P. Gnatenko, Phys. Lett. A, 378, 3061 (2013)].
19. Вперше досліджено властивості кінетичної енергії у некомутативному просторі. Запропоновано умову, яка дозволяє вирішити проблему залежності кінетичної енергії системи частинок від її композиції [Kh. P. Gnatenko, Phys. Lett. A, 378, 3061 (2013)].
20. Вперше отримано рівняння для брахістохрони в метриці Шварцшильда як щодо нерухомих спостерігачів, які знаходяться вздовж траєкторії, так і щодо віддалених спостерігачів [А. Р. Кузьмак, ЖФД 15, 3002 (2011)].
21. Досліджено еволюцію спінових систем у магнітному полі з різними типами взаємодії. Вперше розв’язано задачу про квантову брахістохрону для двох спінів ½ у магнітному полі, взаємодія між якими задається анізотропним гамільтоніаном Гайзенберґа [A. R. Kuzmak, V. M. Tkachuk, J. Phys. A 46, 155305 (2013)]. Отримано умови, які дозволяють реалізувати еволюцію такої системи за мінімально можливий час. Для такої системи показано можливість реалізації квантових логічних елементів, а саме, знайдено умови, що дозволяють реалізувати логічний елемент, що заплутує два спіни, квантовий логічний елемент, який обмінює стани між двома спінами.
22. Запропоновано двокроковий метод, який дає змогу приготувати довільний квантовий стан на двох спінах ½ з ізотропною взаємодією Гайзенберґа у вигляді розкладу Шмідта [A. R. Kuzmak, V. M. Tkachuk, Phys. Lett. A, 378, 1469 (2014)].
23. Вперше знайдено умови для приготування максимально заплутаних станів, які є важливі при реалізації багатьох алгоритмів для квантових обчислень. Показано, що простіша версія цього методу може бути реалізована на такій фізичній системі як атом зі спіном ядра ½ і одним валентним електроном [A. R. Kuzmak, V. M. Tkachuk, Phys. Lett. A, 378, 1469 (2014)].
24. Розглянуто приготування одного з беллівських станів, який називається неполяризований триплетний, на атомі фосфору в оточені атомів кремнію. Знайдено умови, які дозволяють приготувати такий стан, а також оцінено час за який реалізується така еволюція. Також запропоновано квантовий логічний елемент, який дозволяє на такій системі отримати максимально заплутаний беллівський стан. Отримано функцію, яка задає точність отримання цього логічного елементу в залежності від часу еволюції, що є важливим при експериментальній реалізації такого елементу [A. R. Kuzmak, V. M. Tkachuk, Phys. Lett. A, 378, 1469 (2014)].
25. Вперше розраховано метрику многовиду, який містить усі стани, що можна досягнути під час еволюції на системі двох спінів у магнітному полі з ізотропною взаємодією Гайзенберґа [A. R. Kuzmak, V. M. Tkachuk, Visnyk. Lviv Univ. Ser. Phys 48, 279 (2013)]. Отримані результати в цій ділянці дозволяють створити нові ефективні моделі для опису квантових систем з різними типами взаємодій. На основі отриманих результатів запропоновано нові шляхи реалізації квантових обчислень, які дозволяють покращити ефективність виконання конкретних операцій на квантових комп’ютерах.

 **Практична значимість:**

Кількість електронних елементів на одиницю площі комп’ютера кожні два роки подвоюється. Це приводить до межі, коли суттєвими стають квантові флуктуації, які порушують роботу класичних комп’ютерів. Тому виникає необхідність в створенні комп’ютерів, які працюють на законах квантової механіки, що дозволяє економити час та енергетичні ресурси і розв’язувати деякі задачі набагато ефективніше. Одна з реалізацій регістру квантового комп’ютера ґрунтується на системі спінів. Тому виникає необхідність дослідження еволюції таких систем. Результати, отримані у роботі, можуть бути використані для реалізації квантових обчислень і побудови квантових логічних елементів. Спінові системи, які досліджувалися, можуть бути використані для побудови регістру квантових комп’ютерів. Отримано умови, які дозволяють забезпечити еволюцію даних систем за мінімальний час та реалізувати певні квантові алгоритми з економією часу і енергетичних ресурсів. Умови, отримані для створення логічних елементів, що заплутують два спіни між собою, дозволять реалізувати квантову телепортацію на таких системах, а також квантові обчислення.

Врахування ефектів, що проявляються на планківських масштабах, дозволяє вирішити фундаментальну проблему квантування простору, проте водночас зумовлює ряд проблем. Тому необхідним є визначення впливу планківських масштабів на властивості квантових систем та пошук шляхів для вирішення проблем у квантованому просторі. У роботі запропоновано умову, яка дозволяє вирішити щонайменше чотири проблеми у некомутативному просторі, серед них важливу проблему порушення принципу еквівалентності. Це обґрунтовує використання цієї умови авторами у подальших дослiдженнях. Результати, отримані у роботі, можуть бути використані для покращення оцінки мінімальної довжини (кванта простору).

Результати вивчення взаємовпливу збурень темної матерії та темної енергії можуть бути використані для пошуку спостережуваних характеристик великомасштабної структури Всесвіту, що є чутливими до типу темної енергії. Квінтесенційні скалярні поля з адіабатичною швидкістю звуку рівною 0 можуть використовуватися як моделі темної енергії, для якої проблема тонкого налаштування практично усувається. Результати дослідження можливості розрізнення типів темної енергії є важливими для планування точності майбутніх експериментів для визначення параметрів темної енергії. Визначені найоптимальніші значення та довірчі інтервали для параметрів темної енергії можуть використовуватися при аналізі нових спостережуваних даних. Дані про лінії випромінювання, ідентифіковані на високому рівні достовірності в композитних спектрах квазарів, є важливими для подальшого аналізу спектрів квазарів з метою формулювання нового спостережувального тесту для моделей темної матерії та темної енергії.

**Основні науково–технічні результати:**

У роботі досліджено вплив планківських ефектів на властивості фізичних систем. На основі порівняння отриманих результатів з експериментальними даними знайдено оцінки мінімальної довжини (кванта простору), які покращують результати, представлені у літературі [M. Chaichian, M. M. Sheikh-Jabbari, A. Tureanu, Phys. Rev. Lett. 86, 2716 (2001), K.H.C. Castello-Branco, A.G. Martins, J. Math. Phys. 51, 102106 (2010)]. Дослідження найпростіших квантово-механічних систем дає змогу оцінити мінімальну довжину (величину кванта простору). В якості об’єкта досліджень розглядався атом водню. Атом водню у деформованому просторі з мінімальною довжиною досліджувався пертурбативними методами [F. Brau, J. Phys. A 32, 7691 (1999), S. Benczik, L. N. Chang, D. Minic, T. Takeuchi, Phys Rev. A 72, 012104 (2005)], однак цей опис є неповним, оскільки розглядався або частковий випадок деформації, або знаходилися поправки не до всіх енергетичних рівнів (за винятком s-рівнів). Тому метою роботи була побудова ефективної теорії збурень, яка б дозволила отримати аналітичні вирази для поправок до всіх рівнів. Така теорія збурень була запропонована. З’ясувалося, що поправки до s-рівнів атома водню мають неаналітичну залежність від параметрів деформації.

 Деформовані комутаційні співвідношення чи узагальнене співвідношення невизначеностей, яке можна отримати з деформованої алгебри, цікаво застосувати і до задач фізики чорних дір. Використовуючи співвідношення невизначеностей, можна отримати правильну залежність температури від маси чорної діри [H. C. Ohanian, R. Ruffini, Gravitation and Spacetime, CUP 1976] і, застосовуючи відомі співвідношення з термодинаміки, отримати інші термодинамічні характеристики. Цей підхід використовувався і у випадку узагальненого співвідношення невизначеностей з мінімальною довжиною [R. J. Adler, P. Chen, D. I. Santiago, Gen. Rel. Grav. 33, 2101 (2001)]. У нашій роботі застосовано цю процедуру у випадку узагальненого співвідношення невизначеностей з мінімальною довжиною та мінімальним імпульсом [Stetsko M. M., Int. J. Mod. Phys. A 28, 1350029 (2013)]. Як виявилося, існування мінімальної ненульової невизначеності приводить до ряду характерних особливостей, які відсутні у згаданих вище випадках.

 Досліджено динаміку розширення Всесвіту та формування його великомасштабної структури в багатокомпонентній космологічній моделі з холодною темною матерією та динамічною темною енергією у формі класичного або тахіонного скалярного поля з баротропним рівнянням стану. У випадку класичного поля параметр рівняння стану може бути як більшим -1 (квінтесенція), так і меншим -1 (фантом), тахіонне поле може бути лише квінтесенційним. На основі сучасних спостережуваних даних (спектри потужності флуктуацій температури реліктового випромінювання, отримані в космічних експериментах WMAP та Planck, вимірювання сталої Габбла за допомогою Космічного телескопа Габбла (HST), баріонні акустичні осциляції (BAO) з цифрових оглядів неба, відстані до наднових типу Іа) визначено найоптимальніші значення та довірчі інтервали для параметрів темної енергії, моделлю якої є класичне скалярне поле з баротропним рівнянням стану, та інших основних космологічних параметрів. Встановлено, що у випадку окремого визначення параметрів для квінтесенційного та фантомного поля спостережувані дані вказують на фантомний характер темної енергії в минулому та в сучасну епоху, однак статистична достовірність цієї переваги є невисокою. Водночас виявлено, що у випадку дослідження комбінованих моделей темної енергії, що включають одночасно квінтесенційні і фантомні підкласи, усі використані набори даних віддають перевагу фантомним полям з достатньо високою статистичною достовірністю. Встановлено, що найточніше визначення найоптимальніших значень космологічних параметрів з найвужчими довірчими інтервалами отримується для набору даних Planck+HST+BAO+SNLS3. Для цього набору ΛCDM модель знаходиться дещо поза межами 2σ довірчої області, у той час як для набору WMAP9+HST+BAO+SNLS3 ΛCDM відхиляється від найоптимальнішої моделі лише на 1σ. Отримані спостережувальні обмеження на значення основних космологічних параметрів узгоджуються з результатами інших авторів, зокрема [G. Hinshaw et al., Astrophys. J. Suppl. 2008, 19 (2013), P. A. R. Ade et al., Astron. & Astrophys. 571, A16 (2014)], отриманими для інших моделей темної енергії.

На основі 16 композитних спектрів, скомпільованих з індивідуальних спектрів квазарів з вибірки SDSS DR7 з різними спектральними індексами в області довжин хвиль 1270–1480 Å, встановлено, що континуум спектру можна апроксимувати константою замість степеневого закону без втрати точності, та з використанням методу марківських ланцюжків Монте-Карло [A. Lewis, S. Bridle, Phys. Rev. D 66, 103511 (2002)] ідентифіковано на рівні достовірності, що перевищує 3σ, лінії випромінювання, які можна розрізнити в індивідуальних спектрах квазарів, проте неможливо виявити в композитних спектрах, побудованих за допомогою інших методів.

Розв’язано задачу про брахістохрону в сферично-симетричному полі Шварцшильда. Знайдено рівняння траєкторій, по яких зісковзує частинка за мінімально можливий час. Як приклад, побудовано графіки траєкторій для різних початкових і кінцевих точок. Також розв’язано задачу про брахістохрону для двох спінів ½, які описуються анізотропною взаємодією Гайзенберґа без *xz-* і *yz-*компонент взаємодії. Було показано можливість реалізації на такій системі квантових логічних елементів, які заплутують два спіни, і квантового логічного елемента, який міняє місцями стани двох спінів. Отримано умови, які дозволяють реалізувати ці логічні елементи за мінімальний час. Показано, що на відміну від результатів роботи [A. Carlini et al., Phys. Rev. A 75, 042308 (2007)], де розглядалася реалізація подібних логічних елементів на двох спінах з анізотропною взаємодією Гайзенберґа без *xz-, yz-* і *xy-* компонент взаємодії, в нашому випадку час, який затрачається на реалізацію даних логічних елементів, є меншим. Цей факт робить нашу систему ефективнішою для квантових обчислень.

Вперше запропоновано двокроковий метод, який дозволяє приготувати довільний квантовий стан на двох спінах ½ з ізотропною взаємодією Гайзенберґа. На відміну від попередніх методів [X.-B. Chen et al. Quantum Inf. Process. 11, 1653 (2012); K. Hou et al. J. Phys. A 44, 255304 (2011)], які дозволяли приготувати стан двох кубітів на системах фотонів, запропонований у нашій роботі метод представляє отриманий стан у вигляді розкладу Шмідта, що є важливим для обчислення квантової заплутаності такої системи. Простішу версію даного методу розглянуто на системі атома зі спіном ядра ½ і одним валентним електроном. Отримано умови для приготування одного з максимально заплутаних беллівських станів на атомі фосфору в оточені атомів кремнію. Знайдено час, який необхідно затратити на створення такого стану, і логічний елемент, який створює цей стан на даній системі. Знайдено метрику многовиду на якому відбувається еволюція двох спінів у магнітному полі з ізотропною взаємодією Гайзенберґа.

 **Загальна кількість публікацій**: 150, з них 33 статті (23 статті у журналах з ненульовим імпакт-фактором, 30 статей у міжнародних журналах, що містяться в базі даних Scopus).

**Кількість публікацій за темою,** опублікованих у закінченій формі не менше ніж за рік до їх висунення: 101, з них 27 статей (18 статей у журналах з ненульовим імпакт-фактором [1-18], 24 статті у міжнародних журналах, що містяться в базі даних Scopus [1-24]).

1. *Stetsko M. M., Tkachuk V. M.* **Perturbation hydrogen-atom spectrum in deformed space with minimal length** // Phys. Rev. A.— 2006.— Vol. 74, No. 1.— Art. 012101.— 5 p.
2. *Stetsko M. M.* **Corrections to the *ns* levels of the hydrogen atom in deformed space with minimal length** // Phys. Rev. A.— 2006.— Vol. 74, No. 6.— Art. 062105.— 5 p.; *Stetsko M. M.* **Erratum: Corrections to the *ns* levels of the hydrogen atom in deformed space with minimal length [Phys. Rev. A 74, 062105 (2006)]** // Phys. Rev. A.— 2008.— V. 78, No. 2.— Art. 029907(E).— 1 p.
3. *Stetsko M. M., Tkachuk V. M.* **Scattering problem in deformed space with minimal length** // Phys. Rev. A.— 2007.— Vol. 76, No. 1.— 012707.— 7 p.
4. *Stetsko M. M., Tkachuk V. M.* **Orbital magnetic moment of the electron in the hydrogen atom in a deformed space with minimal length** // Phys. Lett. A.— 2008.— Vol. 372, Issue 31.— P. 5126-5130.
5. *Stetsko M. M.* **Microscopic black hole and uncertainty principle with minimal length and momentum** // Int. J. Mod. Phys. A.— 2013.— Vol. 28.— Art. 1350029.— 16 p.
6. *Stetsko M. M.* **Charged fermion tunneling from electrically and magnetically charged rotating black hole in de Sitter space** // Eur. Phys. J. C.— 2014.— Vol. 74.— Art. 2682.— 5 p.
7. *Stetsko M. M.* **Dirac oscillator and nonrelativistic Snyder-de Sitter algebra** // J. Math. Phys.— 2015.— Vol. 56.— Art. 012101.— 17 p.
8. *Gnatenko Kh. P.* **Composite system in noncommutative space and the equivalence principle** / Kh. P. Gnatenko // Phys. Lett. A— 2013. — Vol.  377, No. 43. — P. 3061–3066.
9. *Gnatenko Kh. P., Tkachuk V. M.* **Hydrogen atom in rotationally invariant noncommutative space** // Phys. Lett. A.— 2014.— Vol. 378, No. 47.— P. 3509-3515.
10. *Kuzmak A. R.***The quantum brachistochrone problem for two spins-½ with anisotropic Heisenberg interaction** / A. R. Kuzmak, V. M. Tkachuk // J. Phys. A: Math. Theor.— 2013. — Vol. 46. — Art. 155305. — 12 p.
11. *Kuzmak A. R.* **Preparation of quantum states of two spin-½ particles in the form of the Schmidt decomposition** / A. R. Kuzmak, V. M. Tkachuk// Phys. Lett. A.— 2014. — Vol. 378, No. 21. — P. 1469-1474.
12. *Sergijenko O., Novosyadlyj B.* **Perturbed dark energy: Classical scalar field versus tachyon** // Physical Review D. - 2009. - Vol. 80. - Art. 083007. - 13 p.
13. *Novosyadlyj B., Sergijenko O., Apunevych S., Pelykh V.* **Properties and uncertainties of scalar field models of dark energy with barotropic equation of state** // Physical Review D. - 2010. - Vol. 82. - Art. 103008. - 16 p.
14. *Sergijenko O., Durrer R., Novosyadlyj B.* **Observational constraints on scalar field models of dark energy with barotropic equation of state** // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. - 2011. - Vol. 08. - Art. 004. - 25 p.
15. *Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V.* **Do the cosmological observational data prefer phantom dark energy?** // Physical Review D. - 2012. - Vol. 86. - Art. 083008. - 13 p.
16. *Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V.* **Quintessence versus phantom dark energy: the arbitrating power of current and future observations** // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. - 2013. - Vol. 06. - Art. 042. - 15 p.
17. *Ivashchenko G., Sergijenko O., Torbaniuk O.* **Composite spectra of quasars with different UV spectral index** // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2014. – Vol. 437. – Р. 3343 – 3361.
18. *Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V.* ***Constraining the dynamical dark energy parameters: Planck-2013 vs WMAP9*** *// Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. – 2014. – Vol. 05. – Art. 030. - 16 p.*
19. *Sergijenko O., Kulinich Yu., Novosyadlyj B., Pelykh V.* **Large-scale structure formation in cosmology with classical and tachyonic scalar fields** // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. - 2009. - Vol. 25., No 1. - P. 17-27.
20. *Novosyadlyj B., Sergijenko O.* **Evolution of scalar perturbations in cosmology with quintessential dark energy** // Journal of Physical Studies. - 2009. - Vol. 13. - Art. 1902. - 12 p.
21. *Novosyadlyj B., Sergijenko O., Apunevych S.* **Distinguishability of scalar field models of dark energy with time variable equation of state parameter** // Journal of Physical Studies. – 2011. – Vol. 15. – Art. 1901. - 12 p.
22. *Мелех Б. Я., Кузьмак А. Р.* **Фотойонізаційне моделювання оболонок планетарних туманностей з урахуванням пилу. I. Вплив пилу на емісійний спектр планетарних туманностей**// Журн. фіз. дослідж.— 2012.— Т. 16, №1/2.— 1902.— 19 с.
23. *Кузьмак А. Р.* **Рівняння брахістохрони в метриці Шварцшільда** // Журн. фіз. дослідж.— 2011.— Т. 15, №3.— 3002.— 9 с.
24. *Гнатенко Х. П.* **Оцінка верхньої межі для параметра некомутативності на основі принципу еквівалентності** // Журн. фіз. дослідж.— 2013.— Т. 17, №4.— Ст. 4001.— 5 с.
25. Сергієнко О. М., Новосядлий Б. С. **Скалярне поле як темна енергія, що прискорює розширення Всесвіту** // Кинематика и физика небесных тел. - 2008. - Т. 24, № 5. - С. 345-359.
26. *Stetsko M. M.* **A note on scattering in deformed space with minimal length** // Computational Methods in Science and Technology (Poznań).— 2010.— Vol. 16, No. 2.— P. 195-199.
27. *Kuzmak A. R., Tkachuk V. M.* **Quantum evolution on torus for two spins with isotropic Heisenberg interaction** // Visnyk Lviv Univ. Ser. Phys.— 2013.— Issue 48.— P. 279-284.

Автори Стецко М. М.

 Сергієнко О. М.

 Кузьмак А. Р.

 Гнатенко Х. П.